第6讲 整数指数幂及其运算

**课前检测**

1.下列式子，是分式方程的是( ).

(A) (B) (C) (D)

答案：D

2.要把分式方程化为整式方程，方程两边需同时乘( ).

(A)2*x* (B)2*x*-4 (C)2*x*(2*x*-4) (D)2*x*(*x*-2)

答案：D

3.把分式方程化为整式方程得( ).

(A)*x*+2=-1 (B)*x*+2(*x*-2)=1 (C)*x*+2(*x*-2)=-1 (D)*x*+2=1

答案：C

4.分式方程的解是( ).

(A)*x*=0 (B)*x*=1 (C)*x*=2 (D)*x*=3

答案：B

5.关于*x*的方程的根为*x*=1，则*a*等于( ).

(A)1 (B)3 (C)-1 (D)-3

答案：D

6.如果关于*x*的方程有增根，则*m*的值为( ).

(A)-3 (B)-2 (C)-1 (D)3

答案：B

7.甲、乙两班同学参加植树造林.已知甲班每天比乙班少植2棵树，甲班植60棵树所用天数与乙班植70棵树所用天数相等.若设甲班每天植树*x*棵，则根据题意列出方程正确的是( ).

(A) (B) (C) (D)

[答案]B

8.一项工程，甲单独做需*m*小时完成，若与乙合作20小时可以完成，则乙单独完成需要的时间是( ).

(A) (B) (C) (D)

答案：A [解析]可知甲每小时做，甲、乙合作每小时做，故乙单独每小时做故乙所需时间为

9.甲乙两人同时同地同向而行，甲每小时走*a* km，乙每小时走*b*(*a*>*b*)km.如果从出发点到终点的距离为*m* km，那么甲比乙提前多少小时到达终点( ).

(A) (B) (C) (D)

答案：A [解析]可知甲需小时，乙需小时，故小时为甲比乙提前到达的时间.

10.对于非零的两个实数*a*、*b*，规定若则*x*的值为( ).

(A) (B) (C) (D)

答案：A [解析]因为所以故有所以解得，经检验是原方程的根，故选A.

**知识梳理**

**1.负整数指数幂**

一般地，*am*÷*an*=*am*-*n*(*a*≠0，*m*，*n*均为正整数).当*m*<*n*时，*m*-*n*<0.

为了使同底数幂相除的性质在*m*、*n*是正整数，且*m*<*n*时仍成立，规定

(其中*a*≠0，*p*是正整数).

这就是说，任何不等于零的数的-*p*(*p*为正整数)次幂，等于这个数的*p*次幂的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

例如，

这样，到现在为止，在*a*≠0时，*an*中的指数*n*可以是正整数、零和负整数.这就是说，*an*是整数指数幂.

[知识拓展](1)一般地，当*n*是正整数时，*a*-*n*=.这就是说，*a*-*n*(*a*≠0)是*an*的倒数.例如：.所以*a*-*n*属于分式.这样我们就引入了负整数指数幂，从而指数的取值范围就推广到全体整数.以前学过的所有幂的运算性质都扩大到任意整数的范围，运算的最后结果都必须表示成正整数指数幂的形式.

(2)根据同底数幂的除法和分式的基本性质我们得到：任何不等于0的数的0次幂等于1，即*a*0=1(*a*≠0)，规定00无意义；任何不等于0的数的-*n*(*n*为正整数)次幂，等于这个数的*n*次幂的倒数，即(*a*≠0，*n*为正整数)，即*a*-*n*(*a*≠0)是*an*的倒数.

**2.整数指数幂的运算性质：**

(1)*am*·*an* =*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*；

(2)(*am*)*n* =*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*；

(3)(*ab*)*n* =*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*；

(4)*am*÷*an* =*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*.

当幂的指数由正整数范围扩大到全体整数范围后，同底数幂的除法*am*÷*an*(*m*，*n*都是正整数)可以转化为同底数幂的乘法*am*·*a*-*n*，分式的乘方(*n*为正整数)可以转化为积的乘方(*a*·*b*-1)*n*，于是正整数指数幂的性质在整数指数幂的范围内仍然适用.

**3.科学记数法**

(1)如果一个数不小于10，那么可以将这个数写成*a*×10*n*(1≤*a*<10且*n*为正整数)的形式；如果一个数的绝对值小于1，那么可以将这个数写成*a*×10-*n*(1≤|*a*|<10且*n*为正整数)的形式.

[注意]绝对值大于10的数和绝对值小于1的数用科学记数法表示时，10的指数表示的意义不同，不能混为一谈.

(2)用科学记数法表示数的一般步骤

①确定*a*. *a*是只有一位整数的数.

②确定*n*. 当原数的绝对值大于10时，*n*为正整数，*n*等于原数的整数位数减1；当原数的绝对值小于1时，*n*为负整数，*n*的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数(含整数位数上的零).

[重点剖析]①一个数用科学记数法表示时，注意*a*的取值必须满足1≤|*a*|<10的条件.

②一个用科学记数法表示的数还原成原数时，要先判断指数*n*的正负，*n*为正时，小数点向右移*n*个数位：*n*为负时，小数点向左移|*n*|个数位.不足的数位用“0”补齐.

6.科学记数法的应用

(1)表示绝对值较小的数

用科学记数法表示数分为两种情况，对比如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *N* | 科学记数法 | *a*的取值 | *n*的取值 |
| |*N*|>10 | *N*=*a*×10*n* | 1≤|*a*|<10 | *N*的整数部分的位数减1 |
| |*N*|<1 | *N*=*a*×10*n* | 1≤|*a*|<10 | *N*的第1个非0数字前0的个数的相反数 |

(2)还原科学记数法表示的数

[例]一种球形细胞的半径约1.1×10-6米，用小数表示是( ).

A.0.00000011米B.0.000000011米

C.0.000011米D.0.0000011米

[答案]D

**4.整数指数幂常见性质汇总**

(1)*am*·*an*=*am*+*n*(*m*、*n*为整数，*a*≠0)；

(2)(*am*)*n*=*amn*(*m*、*n*为整数，*a*≠0)；

(3)(*ab*)*n*=*anbn*(*n*为整数，*ab*≠0)；

(4)*am*÷*an*=*am*-*n*(*a*≠0，*m*、*n*为整数)；

(*n*为整数)；

(6)*a*0=1(*a*≠0)：

*p*为正整数)；

(8)科学记数法的一般形式：*A*=*a*×10*n*(1≤|*a*|<10，*n*为整数).

**典型解析**

**例1：**计算：(1)26÷28； (2)10101÷10104； (3)512÷512.

解：(1)

(3)512÷512=512-12=50=1.

也可以按照分数与除法的关系计算

**例2：**将下列各式写成只含有正整数指数幂的形式：

(1)*a*-5； (2)(-6)-2； (3)； (4)*a*-3*b*4； (5)(*x*+2*y*)-2.

解：(1)

.

**例3：**利用负整数指数幂，把下列各式化成不含分母的式子：

**解：**

**例4：**计算：(1)*x*-5·*x*2； (2)(2-2)3； (3)100÷3-3；

(4)-2-4÷2-8·2-1； (5)2*a*÷3*a*-1.

解：(1)*x*-5·*x*2=*x*(-5)+2=*x*-3.

(4)原式=-2-4-(-8)+(-1)=-23=-8.

**例5：**把下列各数表示为*a*×10*n*的形式(1≤|*a*|<10，*n*为整数)：

(1)0.00007； (2)-0.0000064； (3)2017000.

**解：**(1)0.00007=7×10-5.

(2)-0.0000064=-6.4×10-6.

(3)2017000=2.017×106.

有了负整数指数幂，科学记数法不仅可以表示绝对值较大的数，也可以表示绝对值较小的数.

**例6：**写出以下用科学记数法所表示的数的原数.

(1)3.23×10-4； (2)-1.56×10-7.

**解：**(1)3.23×10-4=0.000323.

(2)-1.56×10-7=-0.000000156.

**例7：**月球体积约为2.2×1010立方千米，月球体积是地球体积的2×10-2倍，求地球的体积约为多少立方千米.

[解析]地球体积=月球体积÷月球体积是地球体积的倍数.

[答案](2.2×1010)÷(2×10-2)=1.1×1012(立方千米).

即地球的体积约为1.1×1012立方千米.

[点评]两个用科学记数法表示的数相乘或相除的时候，可类比两个单项式相乘除进行计算.

**例8：**计算：

(1)(*a*-1*b*2*c*-3)3； (2)*a*-2*b*3·(*a*2*b*-2)-3；

(3)(2*ab*2*c*-3)-2÷(*a*-2*b*)3； (4)(3×10-5)2÷(3×10-2)2.

[解析]引入负整数指数幂后，指数的取值范围就扩大到了全体整数，以前所学的正整数指数幂的运算性质，对于整数指数幂仍然适用.

[答案](1)原式=(*a*-1)3(*b*2)3(*c*-3)3=*a*-3*b*6*c*-9=

(2)原式=

(3)原式=(2-2*a*-2*b*-4*c*6)÷(*a*-6*b*3)=2-2*a*4*b*-7*c*6=

(4)原式=

[点评]整数指数幂的运算结果一般要用正整数指数幂来表示，如(1)题中的结果得到*a*-3*b*6*c*-9后，还要化为.进行混合运算时要特别注意运算顺序.

**例9：**计算下列各式：

[答案](1)原式=(2*x*2*y*2)2·(-3*x*-1*y*3)·6-1*x*2*y*3·

(2)原式=*a*-2*b*-2·(-3*a*-3*b*3)·6-1*a*4*b*5=-2-1*a*-1*b*6=

[点评]在运算过程中，根据题目的结构和自身的习惯采用合适方法解决，做到二者相辅相成为好，但结果中一般不含有负整数指数幂.

**例10：**计算：

原式=

**难点突破**

**例1：**已知求*mn*的值.

[解析]先将变形为底数为3的幂，16变形为底数为的幂，然后确定*m*，*n*的值，最后代入求*mn*的值.

[答案]，即3*m*=3-3，∴*m*=-3.

又

即

[点评]运用负整数指数幂的意义解决这类题目时，要从不含待定字母的一边入手变形，将两边化为同底数或同指数，然后构造方程，并通过解方程确定指数或底数中的待定字母.

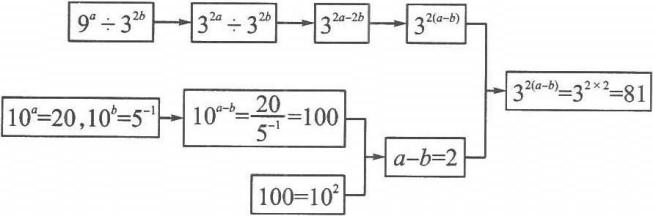
7.根据幂的运算性质求值

若*am*=*an*，且*a*≠0，则*m*=*n*；

反之，若*a*≠0，且*m*=*n*，则*am*=*an*.

**例2：**若10*a*=20，10*b*=5-1，求9*a*÷32*b*的值.

[解析]



[答案]∵9*a*÷32*b*=(32)*a*÷32*b*=32*a*÷32*b*=即10*a*-*b*=102，

∴*a*-*b*=2，∴原式=32×2=34=81.

**同步训练**

**一、填空题**

1.直接写出计算结果：

(1)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (2)(-13)0=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)26÷210=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (4)(-2)-5·28=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：(1)；(2)1；(3)；(4)-8

2.把下列各式改写成不含分母的式子：

=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**答案：**(1)2*mn*-2(2)20*xy*(*x*-*y*)-4

3.计算：(1)(3-1*a*)-2=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (2)=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：(1)

4.已知1纳米=0.000000001米，则2012纳米用科学记数法表示为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_米.

答案：2.012×10-6 [解析]∵1纳米=0.000000001米=10-9米，2012=2.012×103，∴2012纳米=2.012×103×10-9米=2.012×10-6米.

5.用科学记数法表示的数2.01×10-7，其原数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：0.000000201

6.若(3*x*+8)-2无意义，则*x*的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案： [解析]∵，∴当3*x*+8=0，即时，(3*x*+8)-2无意义.

7.计算：=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案： [解析]原式=

8.计算：16*n*÷=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：4

**二、选择题**

9.若*x*≠0，*m*是正整数，则下列各式中正确的是( ).

(B)*x*-*m*=-*xm*

**答案：**A

10.下列等式正确的是( ).

A.(-1)-3=1 B.(-4)0=1 C.(-2)2×(-2)3=-26 D.(-5)4÷(-5)2=-52

答案：B [解析]A项，(-1)-3=-1，错误；B项，(-4)0=1，正确；C项，(-2)2×(-2)3=-25，错误；D项，(-5)4÷(-5)2=52，错误.

**三、解答题**

11.化简下列各式，使结果只含有正整数指数幂：

(1)(-2*m*2*n*-3)·(3*m*-3*n*-1)； (2)(-2*m*2*n*-3)÷(3*m*-3*n*-1).

答案：(1)(-2*m*2*n*-3)·(3*m*-3*n*-1)=(-2×3)·(*m*2·

12.计算：

(1) (2)

(3)(*m*2*n*-1)-3·(-3*m*-2*n*2)-2； (4)

(5)(*ab*-1-2+*a*-1*b*)·(*a*-*b*)-1.

答案：(1)*pq*；(2)

13.甲种细菌的半径是4×10-5m，乙种细菌的半径是5×10-4m，哪一种细菌的半径大？

答案：

即乙种细菌的半径大.

14.化简：(*xy*-2)-1·(*x*-2-*y*-2)÷(*x*-1+*y*-1).

**答案：**

15.已知10-2*a*=3，求106*a*+2*b*的值.

**答案：**106*a*+2*b*=(10-2*a*)-3·(10-*b*)-2=

**走进中考**

(2014·上海中考)据统计，2013年上海市全社会用于环境保护的资金约为60 800 000 000元，这个数用科学记数法表示为( )

(A)608×108； (B)60.8×109； (C)6.08×1010； (D)6.08×1011．

答案：C